Interrogation rapide n° 4

1 heure

	Cours	Exercice 1	Exercice 2	BONUS
Total	8	6	6	2

I Question de cours

1. Donner les six propriétés immédiates découlant de la définition du module
2. Compléter la propriété suivante :

Propriété

(a) Soient deux points $A(z_A)$ et $B(z_B)$, on a :

(b) Soient trois points $A(z_A)$, $B(z_B)$ et $I(z_I)$

(c) Soient trois points $A(z_A)$, $B(z_B)$ et $G(z_G)$

(d) Interprétation géométrique de l'opposé et du conjugué : Soit le point $M(z)$.

II Exercices

Exercice 1

1. Soit un point $M(x;y)$ d'affixe $z = x + iy$.
   Montrer que M appartient à la droite D d'équation $2x + 4y + 1 = 0$ si et seulement si

$$(1-2i)z + (1+2i)\overline{z} + 1 = 0$$

2. Représenter l'ensemble des complexes z vérifiant l'équation $(1-2i)z + (1+2i)\overline{z} + 1 = 0$

Exercice 2

Soit a un complexe de module $|a| < 1$.

1. Démontrer que, pour tout nombre complexe z tel que $1 - \overline{a}z \neq 0$,

$$1 - \left|\frac{z-a}{1-\overline{a}z}\right|^2 = \frac{(1-|a|^2)(1-|z|^2)}{|1-\overline{a}z|^2}$$

2. Déterminer les nombres complexes z vérifiant $\left|\dfrac{z-a}{1-\overline{a}z}\right| \leqslant 1$

BONUS

Soit (E) l'équation $(z-1)(z^2-8z+25)=0$ où z appartient à l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

Les points du plan dont les affixes sont les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) sont les sommets d'un triangle rectangle (en justifiant sans utiliser les modules mais un angle géométrique).